บทที่ 8
การทดสอบสมมติฐาน

ประกอบด้วย การทดสอบสมมติฐานค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่น่าสนใจและน่าศึกษาเป็นอย่างยิ่ง ดังนี้

8.1 นิยาม
8.2 การทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว และแบบสองทาง
8.3 ขั้นตอนของการทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์
8.4 การทดสอบสมมติฐานค่าเฉลี่ยของประชากร (μ)
8.5 การทดสอบสมมติฐานผลต่างของค่าเฉลี่ยของสองประชากร $(\mu_1 - \mu_2)$ กรณีตัวอย่างเป็นอิสระกัน
8.6 การทดสอบสมมติฐานผลต่างของค่าเฉลี่ยของสองประชากร (μ_D) กรณีตัวอย่างมีความสัมพันธ์กัน
8.7 การทดสอบสมมติฐานสัดส่วนของประชากร (p)
8.8 การทดสอบสมมติฐานผลต่างของสัดส่วนของสองประชากร $(p_1 - p_2)$
8.9 การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของหนึ่งประชากร (σ^2)
8.10 การทดสอบสมมติฐานอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากร $(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2})$
8.11 การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของหลายประชากร (ไม่เรียน)

$$z_{0.10} = 1.285 \cong 1.29$$
$$z_{0.05} = 1.645 \cong 1.65$$
$$z_{0.01} = 2.325 \cong 2.33$$
$$z_{0.025} = 1.96$$
$$z_{0.005} = 2.575 \cong 2.58$$

บทที่ 8
การทดสอบสมมติฐาน

ในบทที่ 7 เราทราบถึงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์หรือค่าประชากร ทั้งแบบเดี่ยวและแบบช่วงความเชื่อมั่นแล้ว แต่ถ้าวัตถุประสงค์ของศึกษาเพื่อต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับคุณลักษณะบางอย่างของประชากร เราจะใช้วิธี **"การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ หรือการทดสอบสมมติฐาน"**

8.1 นิยาม

สมมติฐานเชิงสถิติ (Statistical hypothesis)

หมายถึง ข้อความเกี่ยวกับประชากรที่ต้องการศึกษา ซึ่งอาจเป็นข้อความที่เกี่ยวกับ

- พารามิเตอร์หรือคุณลักษณะของประชากร
- การแจกแจงของประชากร
- ทั้งการแจกแจงของประชากร และพารามิเตอร์

ข้อความเกี่ยวกับประชากรนี้ อาจจะเป็นจริงหรือเท็จก็ได้ ซึ่งจะต้องทำการประเมินผลโดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม และจะได้ศึกษาในหัวข้อต่อ ๆ ไป

นิยาม : "สมมติฐาน" เขียนแทนด้วย "H" มี 2 อย่าง ดังนี้

1. สมมติฐานที่จะทดสอบ เรียกว่า สมมติฐานเพื่อการทดสอบ หรือสมมติฐานหลัก (Null hypothesis) เขียนแทนด้วย "H_0"

2. สมมติฐานที่แย้งกับสมมติฐานหลัก เรียกว่า สมมติฐานแย้ง หรือสมมติฐานรอง (Alternative hypothesis) เขียนแทนด้วย "H_1" หรือ "H_a"

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ θ

ถ้าให้ θ_0 เป็นค่าของพารามิเตอร์ θ ที่จะพิจารณาใน H_0 และ H_1 ซึ่งขัดแย้งกันเสมอ นั่นคือ ถ้า H_0 เป็นจริงแล้ว H_1 จะไม่จริง และในทางกลับกัน ถ้า H_0 ไม่จริงแล้ว H_1 จะเป็นจริง เสมอ ดังนั้นการขัดแย้งกันของสมมติฐานมี 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 $H_0 : \theta = \theta_0$ **VS** $H_1 : \theta > \theta_0$

แบบที่ 2 $H_0 : \theta = \theta_0$ **VS** $H_1 : \theta < \theta_0$

แบบที่ 3 $H_0 : \theta = \theta_0$ **VS** $H_1 : \theta \neq \theta_0$

สรุปว่า สมมติฐานหลัก มีแบบเดียว คือ $H_0 : \theta = \theta_0$

สมมติฐานรอง มี 3 แบบ คือ $H_1 : \theta > \theta_0$, $H_1 : \theta < \theta_0$, $H_1 : \theta \neq \theta_0$

สมมติฐานหลักที่ตั้งขึ้น เพื่อยืนยันความจริงที่เคยทราบมาแล้ว เช่น

- สัดส่วนของคนไทยที่มีโทรศัพท์มือถือเท่ากับ 0.45 หรือไม่

$H_0 : p = 0.45$

$H_1 : p > 0.45$ **หรือ** $H_1 : p < 0.45$ **หรือ** $H_1 : p \neq 0.45$

- อายุการใช้งาน (ช.ม.) ของหลอด LCD มีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่

$H_0 : X \sim Normal$

$H_1 : X$ ไม่ได้มีการแจกแจงแบบ $Normal$

- น้ำหนักของคนไทยที่มีอายุ 20 ปี มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ย 50 ก.ก. และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 14 ก.ก. หรือไม่

$H_0 : X \sim N(\mu = 50, \sigma^2 = 14^2)$

$H_1 : X$ ไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ และ $\mu \neq 50, \sigma^2 \neq 14^2$

ตัวอย่าง ต้องการทราบว่า วิธีการสอนแบบใหม่ มีประสิทธิภาพมากกว่า วิธีการสอนแบบเดิม จริงหรือไม่?

ตั้งสมมติฐานดังนี้

H_0 : ประสิทธิภาพของการสอนทั้ง 2 วิธี ไม่แตกต่างกัน

H_1 : วิธีการสอนแบบใหม่ มีประสิทธิภาพมากกว่า วิธีการสอนแบบเดิม

แล้วเปลี่ยนข้อความใน H_0 และ H_1 ให้อยู่ในรูปของพารามิเตอร์ ดังนี้

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ VS $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

หรือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ VS $H_1 : \mu_1 > \mu_2$

เมื่อ μ_1, μ_2 คือ คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการสอนวิธีใหม่ และวิธีเดิม ตามลำดับ

ตัวอย่าง เคยทราบว่า คนไทย 100 คน จะมีโทรศัพท์มือถือ 45 คน ต่อมาเกิดสงสัยว่า "คนไทยที่มีโทรศัพท์มือถือน่าจะเพิ่มมากขึ้น" เพื่อจะพิสูจน์ข้อความดังกล่าว จึงต้องทดสอบโดยการ
ตั้งสมมติฐานหลัก ว่า "จำนวนคนไทย 100 คน มีโทรศัพท์มือถือ 45 คน" และ
ตั้งสมมติฐานรอง ว่า "จำนวนคนไทย 100 คน มีโทรศัพท์มือถือมากกว่า 45 คน"
แล้วเปลี่ยนข้อความในสมมติฐานหลักและรอง ให้อยู่ในของรูปพารามิเตอร์ ในที่นี้
คือ สัดส่วนของประชากร $= p = \frac{45}{100} = 0.45$ ดังนี้

สมมติฐานหลัก $H_0 : p = 0.45$

สมมติฐานรอง $H_1 : p > 0.45$

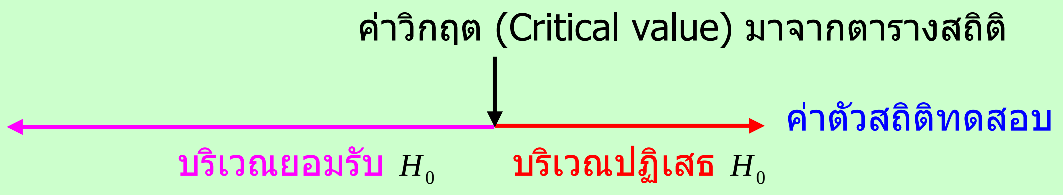
การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ (Statistical hypothesis testing)

หมายถึง กฎเกณฑ์อย่างหนึ่ง ซึ่งใช้เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจว่า จะยอมรับหรือปฏิเสธ H_0 โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม (หรือตัวสถิติ)

- ตัวสถิติที่คำนวณได้จากตัวอย่างสุ่ม ที่ใช้เป็นเครื่องมือในการตัดสินใจว่า ควรจะยอมรับหรือปฏิเสธ H_0 เรียกว่า "ตัวสถิติทดสอบ (Test statistic)" ซึ่งอาจเป็นตัวสถิติ Z, T, χ^2, F ขึ้นอยู่กับสิ่งที่สนใจศึกษา

- ในเซทของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวสถิติทดสอบ มีบางค่าในเซทนี้เกือบจะไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลยถ้า H_0 เป็นจริง และเซทย่อยของค่าเหล่านี้จะนำไปสู่การตัดสินใจที่จะปฏิเสธ H_0 เราเรียกเซทย่อยนี้ว่า **"บริเวณปฏิเสธ (Rejection region) หรือบริเวณวิกฤต (Critical region)"** ดังนั้น

สมมติฐาน H_0 จะได้รับยอมรับ ถ้าค่าของตัวสถิติทดสอบไม่อยู่ในเซทย่อยนี้ เรียกส่วนนี้ว่า "**บริเวณยอมรับ (Acceptance region)**" ดังในรูป



ประเภทของความผิดพลาด

ในการตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธ H_0 ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างสุ่ม ซึ่งมีความไม่แน่นอน จึงมีโอกาสเกิดความผิดพลาดในการตัดสินใจได้ นั่นคือ เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นอันเนื่องมาจากตัวอย่างสุ่ม ซึ่งความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมี 2 ประเภท คือ

- ความผิดพลาดแบบที่ 1 (Type I error)

เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธ H_0 ทั้งที่ถูกต้อง และความน่าจะเป็นที่ความผิดพลาดชนิดนี้จะเกิดขึ้น เรียกว่า ระดับนัยสำคัญ (Level of significance) หรือ ขนาดของการทดสอบ หรือ การเสี่ยงแบบ 1 (Alpha risk) แทนด้วย α

α = ความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดแบบที่ 1
= P(Type I error)
= P(ปฏิเสธ $H_0 | H_0$ เป็นจริง)

- ความผิดพลาดแบบที่ 2 (Type II error)

เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับ H_0 ทั้งที่ผิด และความน่าจะเป็นที่ความผิดพลาดชนิดนี้จะเกิดขึ้น เรียกว่า การเสี่ยงแบบ 2 (Beta risk) แทนด้วย β

β = ความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดชนิดที่ 2
= P(Type II error)
= P(ยอมรับ $H_0 | H_0$ เป็นเท็จ)

ผลของการตัดสินใจ อาจสรุปได้ดังในตาราง

การตัดสินใจ	สถานการณ์ที่แท้จริง	
	H_0 เป็นจริง	H_0 ไม่เป็นจริง
ปฏิเสธ H_0	Type I error α = P(Type I error) Level of significance	No error $1-\beta$ Power of the test
ยอมรับ H_0	No error $1-\alpha$ Level of confidence	Type II error β = P(Type II error)

อำนาจการทดสอบ (Power of the test)

คือ ความน่าจะเป็นที่วิธีการทดสอบจะควบคุม H_0 ที่เป็นเท็จ หรือ ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ มีค่าเท่ากับ $1-\beta$

การเลือกแบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ดีที่สุดในการทดสอบสมมติฐาน คือ แบบที่ให้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดทั้ง α และ β มีค่าต่ำ ๆ แต่เมื่อเรากำหนดขนาดของตัวอย่างสุ่ม n แล้ว การที่จะทำให้ทั้ง α และ β มีค่าต่ำพร้อมกันนั้น อาจทำไม่ได้ เพราะถ้าให้ α มีค่าต่ำแล้ว β จะมีค่าสูง หรือให้ β มีค่าต่ำแล้ว α จะมีค่าสูง (ยกเว้น ถ้าตัวอย่างสุ่ม n มีขนาดใหญ่มาก ๆ แล้ว ทั้ง α และ β จะมีค่าต่ำพร้อมกันได้)

ดังนั้นในการทดสอบสมมติฐาน เราจะต้องกำหนด α ไว้ล่วงหน้าก่อนที่จะเก็บข้อมูล โดยปกติจะกำหนด α เป็น 0.01,0.05,0.10 แล้วพยายามหาเกณฑ์การทดสอบโดยให้อำนาจการทดสอบ $1-\beta$ มีค่าสูง ๆ หรือให้ β มีค่าต่ำ ๆ

8.2 การทดสอบแบบทางเดียว และการทดสอบแบบสองทาง

การทดสอบสมมติฐาน แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ การทดสอบแบบทางเดียว และการทดสอบแบบสองทาง ดังนี้

8.2.1 การทดสอบแบบทางเดียว (One-tailed Test)

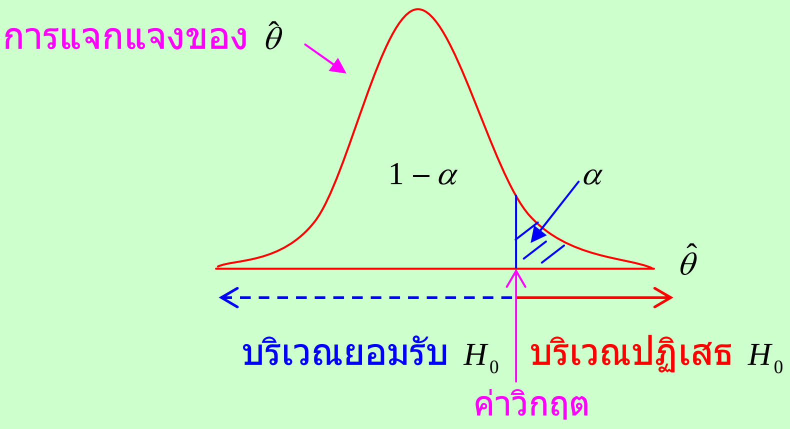
สมมติฐานที่จะทดสอบจะอยู่ใน 2 ลักษณะ ดังนี้

1) $H_0 : \theta = \theta_0$ (เช่น $H_0 : \mu = 48.13$)

$H_1 : \theta > \theta_0$ (เช่น $H_1 : \mu > 48.13$)

ดังนั้น ถ้า H_0 เป็นจริง แล้ว

บริเวณปฏิเสธ H_0 จะอยู่ปลายหางทางขวาของการแจกแจงของตัวสถิติ $\hat{\theta}$

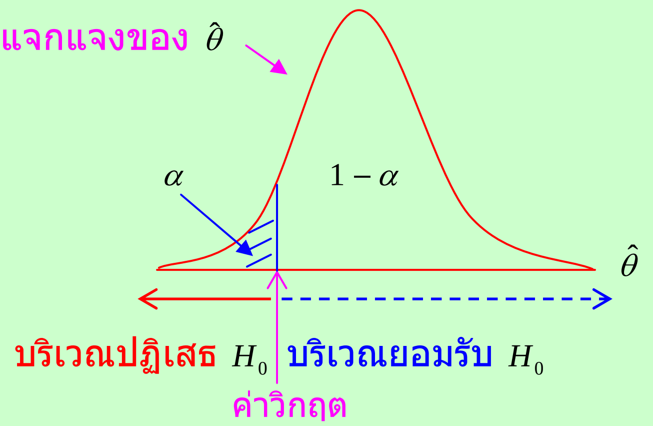


2) $H_0 : \theta = \theta_0$ (เช่น $H_0 : \mu = 48.13$)

$H_1 : \theta < \theta_0$ (เช่น $H_1 : \mu < 48.13$)

ดังนั้น ถ้า H_0 เป็นจริง แล้ว

บริเวณปฏิเสธ H_0 จะอยู่ปลายหางทางซ้ายของการแจกแจงของ $\hat{\theta}$



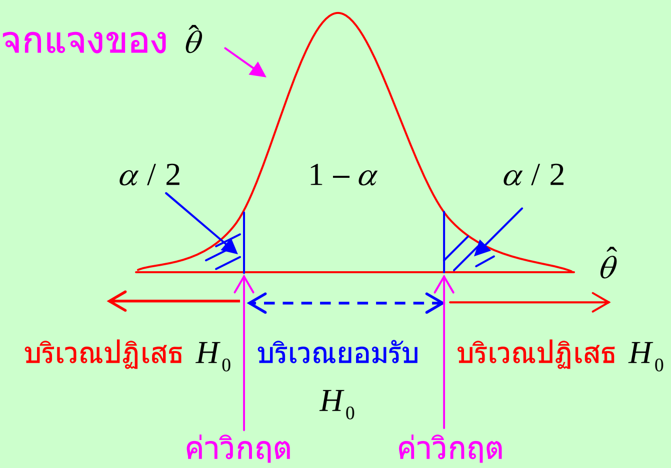
8.2.2 การทดสอบแบบสองทาง (Two-tailed Test)

สมมติฐานที่จะทดสอบอยู่ในลักษณะ ดังนี้

$H_0 : \theta = \theta_0$ (เช่น $H_0 : \mu = 48.13$)

$H_1 : \theta \neq \theta_0$ (เช่น $H_1 : \mu \neq 48.13$)

ดังนั้น ถ้า H_0 เป็นจริง แล้ว
บริเวณปฏิเสธ H_0 จะอยู่ปลายหางทั้งสองของการแจกแจงของ $\hat{\theta}$



8.3 ขั้นตอนของการทดสอบสมมติฐาน มีดังนี้

1) กำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = \theta_0$

2) กำหนดสมมติฐานรอง หรือสมมติฐานแย้ง
แบบทางเดียว $H_1 : \theta < \theta_0$ หรือ $H_1 : \theta > \theta_0$
แบบสองทาง $H_1 : \theta \neq \theta_0$

3) กำหนดระดับนัยสำคัญ α ที่นิยมใช้ คือ 0.01,0.05,0.10

4) เลือกตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม ได้แก่ Z , T , χ^2 , F แล้วหาค่าจากตารางสถิติ เรียกว่า "ค่าวิกฤต" เพื่อกำหนดบริเวณปฏิเสธ H_0 ที่สอดคล้องกับ H_1 และระดับนัยสำคัญ α

5) จากข้อ 4) คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบที่เลือก จากตัวอย่างสุ่มขนาด n

6) สรุปผลที่ระดับนัยสำคัญ α นั่นคือ ปฏิเสธ H_0 ถ้าค่าสถิติทดสอบตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หรือยอมรับ H_0 ถ้าค่าสถิติทดสอบตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 และสรุปผลการทดสอบสมมติฐานในเชิงสถิติ ดังนี้

- ถ้าปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = 0.05$
  จะสรุปว่า "การทดสอบมีนัยสำคัญ (Significant)"
- ถ้าปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = 0.01$
  จะสรุปว่า "การทดสอบมีนัยสำคัญยิ่ง (Highly significant)"
- ถ้าไม่ปฏิเสธ H_0
  จะสรุปว่า "การทดสอบไม่มีนัยสำคัญ (Not significant)"

8.4 การทดสอบสมมติฐานค่าเฉลี่ยของประชากร (Tests for population means)

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร และ μ_0 คือ ค่าของ μ ดังนั้นต้องการทดสอบว่า ประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ จะมีค่าเฉลี่ย μ เท่ากับ μ_0 หรือไม่ นั่นคือทดสอบว่า

$H_0 : \mu = \mu_0$ VS $H_1 : \mu > \mu_0$

$H_0 : \mu = \mu_0$ VS $H_1 : \mu < \mu_0$

$H_0 : \mu = \mu_0$ VS $H_1 : \mu \neq \mu_0$

8.4.1 มี 1 ประชากร

ต้องการทดสอบว่า ค่าเฉลี่ย μ เท่ากับ μ_0 หรือไม่ การเลือกตัวสถิติทดสอบจะขึ้นอยู่กับความแปรปรวนของประชากร σ^2 และขนาดตัวอย่างสุ่ม n มี 3 กรณี ดังนี้

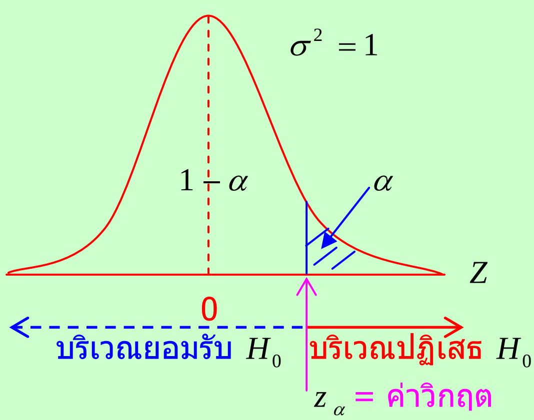
กรณีที่ 1 ทราบค่า σ^2 และ n เป็นเท่าใดก็ได้

กำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \mu = \mu_0$

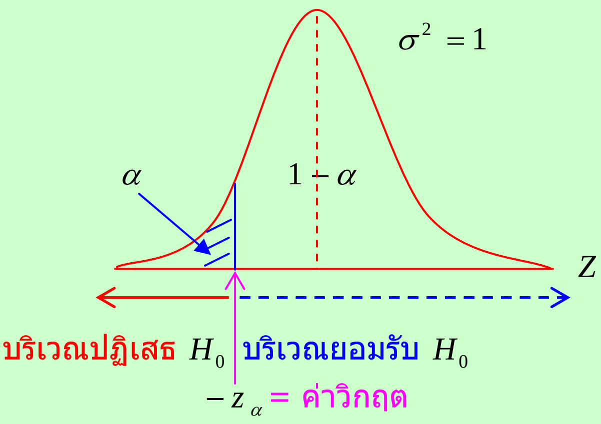
ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

บริเวณปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาจากสมมติฐานรอง ดังนี้

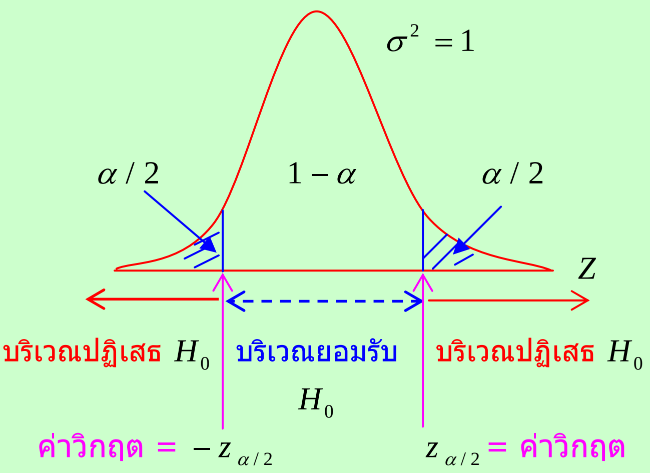
1) ถ้า $H_1 : \mu > \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \geq z_\alpha$



2) ถ้า $H_1 : \mu < \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \le -z_{\alpha}$



3) ถ้า $H_1 : \mu \ne \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $\begin{cases} Z \le -z_{\alpha/2} \text{ หรือ } Z \ge z_{\alpha/2} \\ |Z| \ge z_{\alpha/2} \end{cases}$



การทดสอบสมมติฐานที่ใช้ Z เป็นตัวสถิติทดสอบ เรียกว่า "Z **test**"

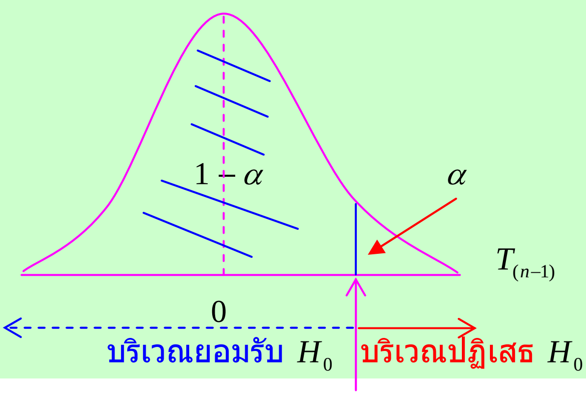
กรณีที่ 2 ไม่ทราบค่า σ^2 และ $n < 30$

กำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \mu = \mu_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim T_{(\nu)}$; $\nu = n - 1$

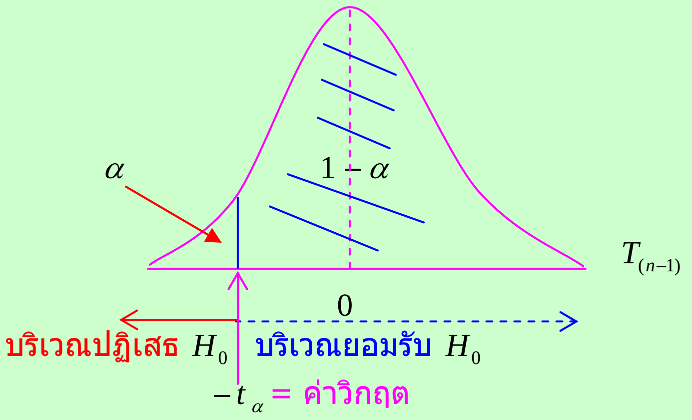
บริเวณปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาจากสมมติฐานรอง ดังนี้

1) ถ้า $H_1 : \mu > \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $T \ge t_{\alpha,(n-1)}$

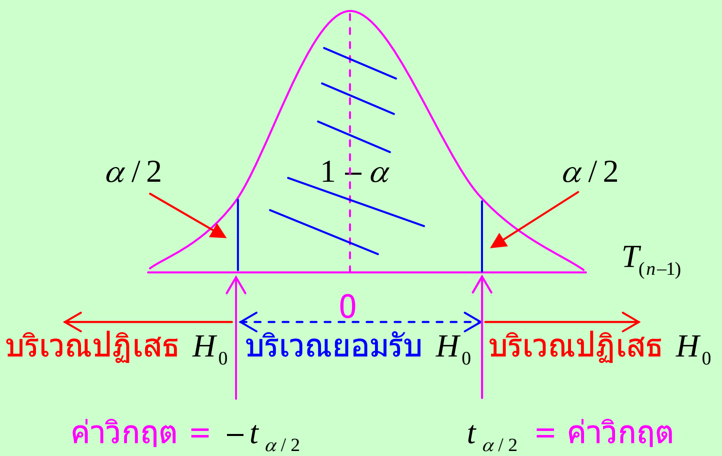


t_{α} = ค่าวิกฤต

2) ถ้า $H_1 : \mu < \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $T \le -t_{\alpha,(n-1)}$



3) ถ้า $H_1 : \mu \ne \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $\begin{cases} T \le -t_{\alpha/2,(n-1)} \text{ หรือ } T \ge t_{\alpha/2,(n-1)} \\ |T| \ge t_{\alpha/2,(n-1)} \end{cases}$



การทดสอบสมมติฐานที่ใช้ T เป็นตัวสถิติในการทดสอบ เรียกว่า "T **test**"

กรณีที่ 3 ไม่ทราบ σ^2 และ $n \ge 30$

โดยทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลาง จะได้ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$; นั่นคือ ใช้ S^2 ประมาณ σ^2

ต้องการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu = \mu_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

บริเวณปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาจากสมมติฐานรอง ดังนี้

ถ้า $H_1 : \mu > \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \ge z_{\alpha}$

ถ้า $H_1 : \mu < \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \le -z_{\alpha}$

ถ้า $H_1 : \mu \ne \mu_0$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $\begin{cases} Z \le -z_{\alpha/2} \text{ หรือ } Z \ge z_{\alpha/2} \\ |Z| \ge z_{\alpha/2} \end{cases}$

ค่าพี (Probability value) เขียนแทนด้วย $p-value$ หรือ P

$p-value$ หรือ P **คือ** ระดับนัยสำคัญ α ที่น้อยที่สุดที่จะปฏิเสธ H_0 หรือ

คือ ค่าความน่าจะเป็นที่เล็กที่สุดที่จะทำให้ปฏิเสธ H_0

- ถ้า $p-value$ มีค่าน้อย แสดงว่า มีข้อมูลหรือหลักฐานที่แย้งกับ H_0 มาก
- ถ้า $p-value$ มีค่ามาก แสดงว่า มีข้อมูลหรือหลักฐานที่แย้งกับ H_0 น้อย

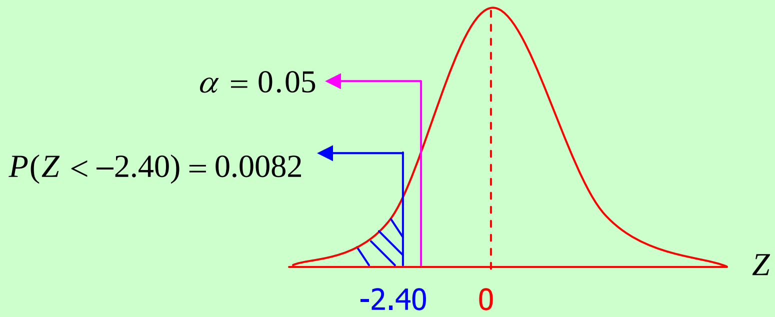
ดังนั้น เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ α แล้ว เราสามารถใช้ $p-value$ เป็นเกณฑ์ตัดสินใจปฏิเสธหรือยอมรับ H_0 ก็ได้ โดยไม่ต้องหาบริเวณปฏิเสธ H_0 กล่าวคือ

ถ้า $p-value \le \alpha$ ปฏิเสธ H_0

ถ้า $p-value > \alpha$ ไม่ปฏิเสธ H_0

เช่น ถ้ากำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

หาค่า $p-value$
$$= P(Z < -2.40)$$
$$= 0.5 - P(0 < Z < -2.40)$$
$$= 0.5 - 0.4918 = 0.0082$$



แสดงว่า ปฏิเสธ H_0 เพราะว่า $p-value = 0.0082 < \alpha = 0.05$

ตัวอย่าง บริษัทผลิตยางรถยนต์ยี่ห้อหนึ่ง โฆษณาว่า ยางรถยนต์ยี่ห้อนี้สามารถวิ่งได้ระยะทางเฉลี่ยไม่น้อยกว่า 70,000 ก.ม. มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10,000 ก.ม. นักวิจัยสงสัยว่า บริษัทโฆษณาเกินจริง เชื่อว่ายางรถยนต์ยี่ห้อนี้จะวิ่งได้ระยะทางเฉลี่ยจริง ๆ น้อยกว่า 70,000 ก.ม.

ให้ X เป็นระยะทางที่ยางรถยนต์ยี่ห้อนี้วิ่งได้ และ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$; เมื่อ μ เป็นระยะทางเฉลี่ยที่ยางรถยนต์ยี่ห้อนี้วิ่งได้ 70,000 ก.ม. และ $\sigma^2 = (10{,}000)^2$ (ก.ม.)^2

ก. จงเขียน H_0 และ H_1 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน

ข. ถ้าสุ่มยางรถยนต์มา 16 เส้น พบว่า $\bar{X} = 64000$ ก.ม.
จะปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = 0.05$ หรือไม่

ค. จงคำนวณหา $p-value$

ง. ถ้ากำหนดให้ $H_1 : \mu \neq 70000$ จงตอบคำถามข้อ ข และ ค

วิธีทำ

ก. เขียน H_0 และ H_1 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน ได้ดังนี้

1) $H_0 : \mu = 70000$

2) $H_1 : \mu < 70000$

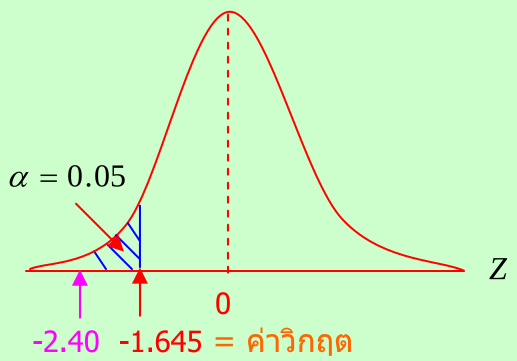
ข. สุ่มยางรถยนต์มา 16 เส้น พบว่า $\bar{X} = 64000$ ก.ม. จะปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = 0.05$ หรือไม่

3) $\alpha = 0.05$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \le -z_\alpha = -z_{0.05} = -1.645$

5) ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

คำนวณค่า $Z = \dfrac{64000 - 70000}{10000 / \sqrt{16}} = -2.40$

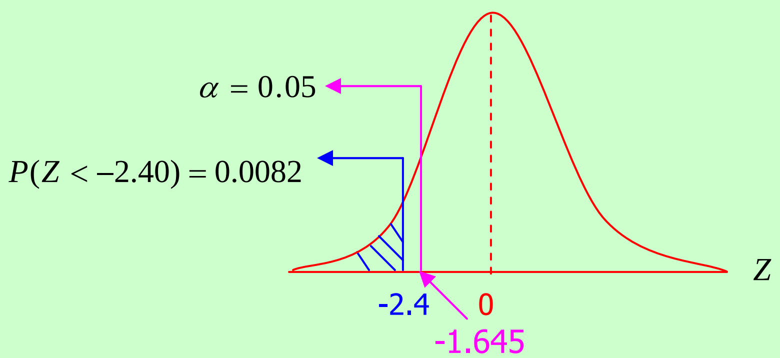


6) เพราะว่า $Z = -2.40 < -z_{0.05} = -1.645$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0

ดังนั้น ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 70000$ นั่นคือ ยางรถยนต์ยี่ห้อนี้วิ่งได้ระยะทางเฉลี่ยน้อยกว่า 70,000 ก.ม. ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (การทดสอบมีนัยสำคัญ) #

ค. การคำนวณหาค่า $p-value$

$p-value$ = ความน่าจะเป็นที่เล็กที่สุดที่จะทำให้ปฏิเสธ H_0



$p-value = P(Z < -2.40) = 0.5 - P(0 < Z < 2.40)$

$= 0.5 - 0.4918 = 0.0082$

เพราะว่า $p-value = 0.0082 < \alpha = 0.05$ ดังนั้น จึงปฏิเสธ H_0

สรุปว่า ยางรถยนต์ยี่ห้อนี้วิ่งได้ระยะทางเฉลี่ยน้อยกว่า 70,000 ก.ม. #

ง. ถ้าให้ $H_1 : \mu \ne 70000$ จงตอบคำถามข้อ ข และ ค

1) $H_0 : \mu = 70000$

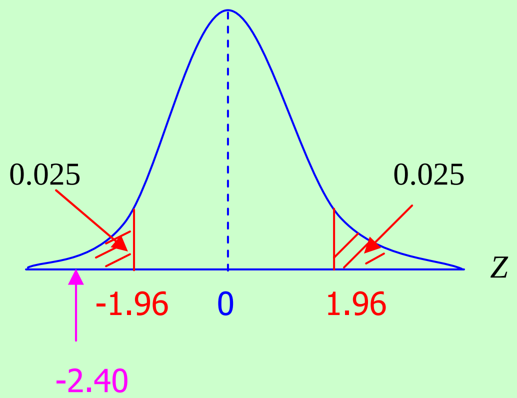
2) $H_1 : \mu \neq 70000$

3) $\alpha = 0.05$ บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \leq -z_{0.025} = -1.96$ หรือ $Z \geq z_{0.025} = 1.96$

คือ $|Z| \geq z_{0.025} = 1.96$

4) ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

คำนวณค่า $Z = \dfrac{64000 - 70000}{10000 / \sqrt{16}} = -2.40$



5) เพราะว่า $Z = -2.40 < -z_{0.025} = -1.96$ (หรือ $|Z| = 2.40 \geq z_{0.025} = 1.96$) ตกอยู่ใน บริเวณปฏิเสธ H_0

ดังนั้น จึงปฏิเสธ $H_0 : \mu = 70000$ นั่นคือ ยางรถยนต์ยี่ห้อนี้วิ่งได้ระยะทางเฉลี่ยน้อยกว่า 70,000 ก.ม. ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (การทดสอบมีนัยสำคัญ) #

ถ้าใช้ค่า $p-value = P(Z < -2.40) + P(Z > 2.40)$

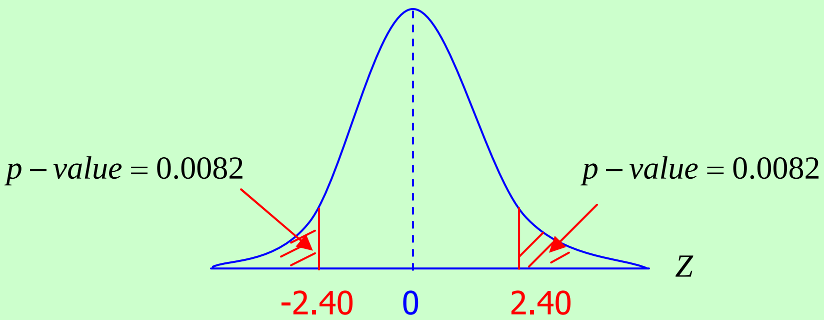
$= 0.5 - P(0 < Z < 2.40) + 0.5 - P(0 < Z < 2.40)$

$= 0.5 - 0.4918 + 0.5 - 0.4918$

$= 0.0082 + 0.0082 = 0.0164$ #

หรือ $p-value = P(Z < -2.40) + P(Z > 2.40)$

$= 2[0.5 - P(0 < Z < 2.40)] = 2[0.5 - 0.4918] = 2[0.0082] = 0.0164$ #



เพราะว่า $p-value = 0.0164 < \alpha = 0.05$ ดังนั้น จึงปฏิเสธ H_0

นั่นคือ ยางรถยนต์ยี่ห้อนี้วิ่งได้ระยะทางเฉลี่ยน้อยกว่า 70,000 ก.ม. #

ตัวอย่าง โรงงานผลิตสินค้าแห่งหนึ่ง กำลังตัดสินใจว่าจะซื้อเครื่องจักรใหม่ซึ่งมีราคาแพงมากหรือไม่? <u>ทราบว่าเครื่องจักรจะต้องผลิตสินค้าเฉลี่ยได้มากกว่า 150 หน่วย/ช.ม. จึงจะได้กำไร</u>

ก. ฝ่ายจัดการ ได้ซื้อเครื่องจักรใหม่มาจำนวน 36 เครื่อง เพื่อทดลองผลิตสินค้า ปรากฏว่าผลิตสินค้าได้เฉลี่ย 160 หน่วย/ช.ม. มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 22 หน่วย/ช.ม. ฝ่ายจัดการควรซื้อเครื่องจักรใหม่นี้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ

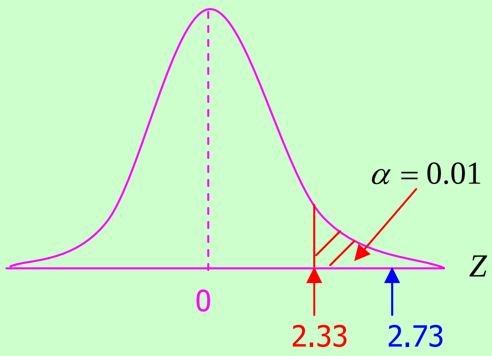
ให้ μ เป็นปริมาณสินค้าเฉลี่ยที่เครื่องจักรใหม่ผลิตได้ (หน่วย/ช.ม.)

$\bar{X}$ เป็นปริมาณสินค้าเฉลี่ยตัวอย่างที่เครื่องจักรใหม่ผลิตได้

เมื่อ $\bar{X} = 160$, $n = 36$, $S = 22$

เนื่องจาก n มีขนาดใหญ่ โดยอาศัย CLT จะได้ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{S^2}{n})$

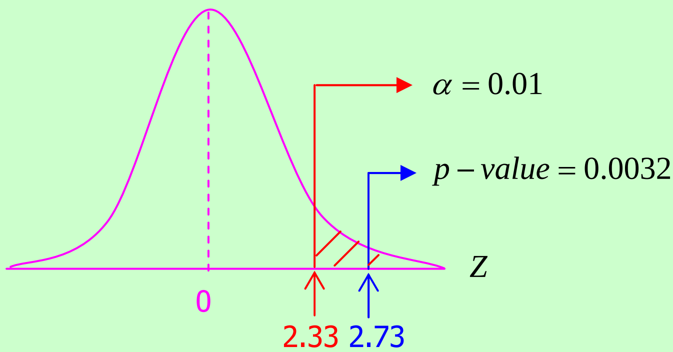
1) $H_0 : \mu = 150$
2) $H_1 : \mu > 150$
3) $\alpha = 0.01$
4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \geq z_{\alpha} = z_{0.01} = 2.33$
5) ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} = \dfrac{160 - 150}{22 / \sqrt{36}} = 2.73$



6) เพราะว่า $Z = 2.73 > z_{0.01} = 2.33$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0

ดังนั้น ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 150$ นั่นคือ เครื่องจักรใหม่ผลิตสินค้าเฉลี่ยได้มากกว่า 150 หน่วย/ช.ม. ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 แสดงว่า ควรซื้อเครื่องจักรใหม่ (การทดสอบมีนัยสำคัญยิ่ง) #

ถ้าใช้ $p-value = P(Z > 2.73) = 0.5 - P(0 < Z < 2.73) = 0.5 - 0.4968 = 0.0032$



เพราะว่า $p-value = 0.0032 < \alpha = 0.01$ ดังนั้น ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 150$
นั่นคือ เครื่องจักรใหม่ผลิตสินค้าเฉลี่ยได้มากกว่า 150 หน่วย/ช.ม.
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 #

ข. ถ้าฝ่ายจัดการซื้อเครื่องจักรใหม่มา 15 เครื่อง เพื่อทดลองผลิตสินค้า ปรากฏว่าผลิตสินค้าได้เฉลี่ย 160 หน่วย/ช.ม. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.228 หน่วย/ช.ม. จะปฏิเสธ H_0 หรือไม่

วิธีทำ

ให้ $\overline{X}$ เป็นปริมาณสินค้าเฉลี่ยตัวอย่างที่เครื่องจักรใหม่ผลิตได้

เนื่องจากไม่ทราบค่า σ^2 ขนาดตัวอย่างสุ่ม $n = 15$

ดังนั้น $\overline{X} \sim N(\mu, \frac{S^2}{n})$, เมื่อ $S = 10.228$, $\overline{X} = 160$

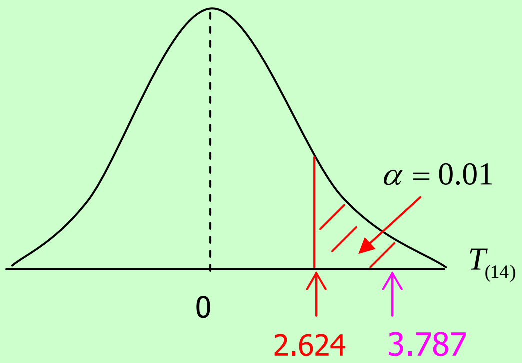
1) สมมติฐานหลัก $H_0 : \mu = 150$

2) สมมติฐานรอง $H_1 : \mu > 150$

3) ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $T \geq t_{\alpha,(n-1)} = t_{0.01,(15-1)} = 2.624$

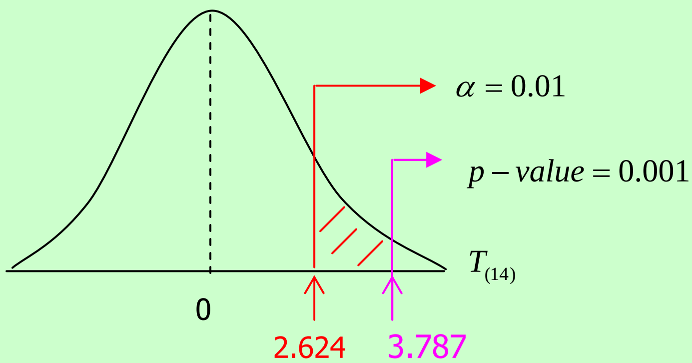
5) ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} = \frac{160 - 150}{10.228 / \sqrt{15}} = 3.787$



6) เพราะว่า $T = 3.787 > t_{0.01,(14)} = 2.624$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0

ดังนั้น ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 150$ นั่นคือ เครื่องจักรใหม่ผลิตสินค้าเฉลี่ยได้มากกว่า 150 หน่วย/ช.ม. ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (การทดสอบมีนัยสำคัญยิ่ง) แสดงว่า ฝ่ายจัดการควรซื้อเครื่องจักรใหม่ #

ถ้าใช้ $p-value = P(T_{(14)} > 3.787) = 0.001$



เพราะว่า $p-value = 0.001 < \alpha = 0.01$ ดังนั้น ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 150$
นั่นคือ เครื่องจักรใหม่ผลิตสินค้าเฉลี่ยได้มากกว่า 150 หน่วย/ช.ม.
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (การทดสอบมีนัยสำคัญยิ่ง) #

8.4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างการทดสอบสมมติฐาน และช่วงความเชื่อมั่น

ทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu = \mu_0$

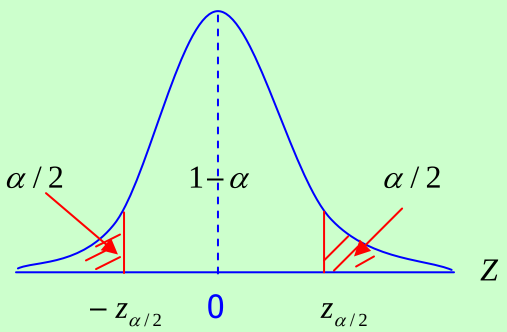
$H_1 : \mu \neq \mu_0$

บริเวณปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α คือ $Z \leq -z_{\alpha/2}$ หรือ $Z \geq z_{\alpha/2}$

และบริเวณยอมรับ H_0 คือ $-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}$

แทนค่า $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$; $\quad -z_{\alpha/2} < \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < z_{\alpha/2}$

$$\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu_0 < \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



และช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ μ คือ

$$\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

<u>สรุปความสัมพันธ์ได้ว่า</u>

- ถ้าไม่ปฏิเสธ $H_0 : \mu = \mu_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ α แสดงว่า μ_0 อยู่ในช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$
- ถ้าปฏิเสธ $H_0 : \mu = \mu_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ α แสดงว่า μ_0 อยู่นอกช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$

8.5 การทดสอบสมมติฐานผลต่างของค่าเฉลี่ยของสองประชากร

ต้องการทราบว่า $\mu_1 - \mu_2$ คือ ผลต่างของค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร จะมีค่าต่างกัน เท่ากับ d_0 หรือไม่ โดยทำการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล

เช่น เปรียบเทียบอาหารไก่สูตร A และ B ว่ามีคุณภาพแตกต่างกันหรือไม่

การทดลองโดยนำอาหารไก่สูตร A และ B มาทดลองเลี้ยงไก่ 2 กลุ่ม ที่มีลักษณะเหมือนกันจำนวนหนึ่ง หลังจากให้อาหารไก่กลุ่มละ 1 สูตร ในระยะเวลาหนึ่ง นำไก่ทั้ง 2 กลุ่ม มาชั่งน้ำหนัก หาน้ำหนักไก่เฉลี่ย เพื่อนำมาเปรียบเทียบกัน

สิ่งทดลองหรือกรรมวิธี (Treatment) หมายถึง วิธีการหรือสิ่งที่ผู้ทำการทดลองนำไปใช้กับหน่วยทดลอง เพื่อวัดผลหรือเปรียบเทียบกับกรรมวิธีอื่น ๆ

จากข้างต้น สิ่งทดลองหรือกรรมวิธี คือ อาหารไก่สูตร A และ B

หน่วยทดลอง (Experimental unit) หมายถึง วัสดุหรือสิ่งของหน่วยหนึ่ง ซึ่งเป็นสิ่งที่จะได้รับกรรมวิธี

จากข้างต้น หน่วยทดลอง คือ ไก่ 2 กลุ่ม ที่มีลักษณะเหมือนกันจำนวนหนึ่ง

ผลที่นำมาเปรียบเทียบกัน คือ **น้ำหนักไก่เฉลี่ยที่ให้อาหารสูตร A และ B**

ให้ μ_1 , μ_2 คือ ค่าเฉลี่ยของประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

และ d_0 คือ ผลต่างของค่าเฉลี่ยของสองประชากร

สมมติฐานที่ทดสอบ เป็นดังนี้

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ VS $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ VS $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ VS $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$

ตัวสถิติทดสอบ จะขึ้นอยู่กับการแจกแจงของประชากร ขนาดของตัวอย่างสุ่ม และความแปรปรวนของประชากรทั้งสองว่าทราบค่าหรือไม่ ดังนี้

สุ่มตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 มาโดยอิสระกัน จากประชากรที่ 1 และ 2 ที่มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 และมีความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 ตามลำดับ แยกออกเป็น 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ทราบค่า σ_1^2 และ σ_2^2 ; n_1, n_2 มีขนาดเท่าใดก็ได้

สมมติฐานหลัก คือ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

เกณฑ์การตัดสินใจ ที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

ถ้า $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \geq z_\alpha$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \leq -z_\alpha$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\begin{cases} Z \leq -z_{\alpha/2} \text{ หรือ } Z \geq z_{\alpha/2} \\ |Z| \geq z_{\alpha/2} \end{cases}$

กรณีที่ 2 ไม่ทราบค่า σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ และ $n_1, n_2 < 30$

ในกรณีนี้ จะประมาณ σ^2 ด้วย S_P^2 โดยที่

$$S_P^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

เมื่อ S_1^2 และ S_2^2 คือ ความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่ 1 และ 2

สมมติฐานหลัก คือ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{s_P^2\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}} \sim T_{(\nu)}$; $\nu = n_1 + n_2 - 2$

เกณฑ์การตัดสินใจ ที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

ถ้า $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $T \geq t_{\alpha,(\nu)}$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $T \leq -t_{\alpha,(\nu)}$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\begin{cases} T \leq -t_{\alpha/2,(\nu)} \text{ หรือ } T \geq t_{\alpha/2,(\nu)} \\ |T| \geq t_{\alpha/2,(\nu)} \end{cases}$

กรณีที่ 3 ไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2 และ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ และ $n_1, n_2 < 30$

ในกรณีนี้ ใช้ S_1^2 และ S_2^2 ประมาณ σ_1^2 และ σ_2^2 ตามลำดับ

สมมติฐานหลัก คือ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}} \sim T_{(\nu)}$

โดยที่ $\nu = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$

เกณฑ์การตัดสินใจ ที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

ถ้า $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $T \geq t_{\alpha,(\nu)}$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $T \leq -t_{\alpha,(\nu)}$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\begin{cases} T \leq -t_{\alpha/2,(\nu)} \text{ หรือ } T \geq t_{\alpha/2,(\nu)} \\ |T| \geq t_{\alpha/2,(\nu)} \end{cases}$

กรณีที่ 4 ไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2 และ $n_1, n_2 \geq 30$

ไม่จำเป็นต้องทราบการแจกแจงของประชากร โดยอาศัย CLT และ ให้ S_1^2 และ S_2^2 ประมาณ σ_1^2 และ σ_2^2 ตามลำดับ

สมมติฐานหลัก คือ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$

เกณฑ์การตัดสินใจ ที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

ถ้า $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \geq z_{\alpha}$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \leq -z_{\alpha}$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \leq -z_{\alpha/2}$ หรือ $Z \geq z_{\alpha/2}$

ตัวอย่าง ให้ทดสอบสมมติฐานว่า เงินเดือนเฉลี่ยของบัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจ จะสูงกว่าบัณฑิตสาขาอื่น ๆ ที่มีเวลาเรียนเท่ากัน ที่ $\alpha = 0.05$ หรือไม่

ก. ถ้าสุ่มตัวอย่างบัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจมา 60 คน มีเงินเดือนเฉลี่ย 6,150 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 180 บาท และสุ่มตัวอย่างบัณฑิตสาขาอื่น ๆ มา 100 คน มีเงินเดือนเฉลี่ย 6,070 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 200 บาท

วิธีทำ

ให้ $\mu_1 - \mu_2$ เป็นผลต่างของเงินเดือนเฉลี่ยของบัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจและบัณฑิตสาขาอื่น ๆ

1) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

2) $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

3) $\alpha = 0.05$

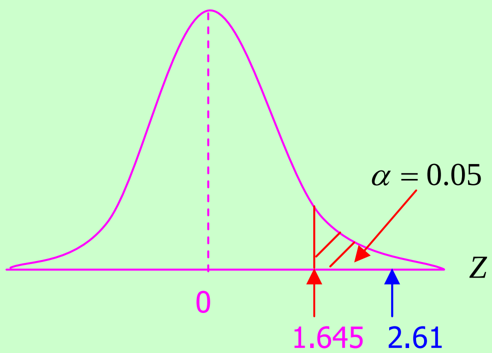
4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \ge z_\alpha = z_{0.05} = 1.645$

5) เนื่องจาก $n_1 = 60$ และ $n_2 = 100$ มีขนาดใหญ่ โดยอาศัย CLT

จากโจทย์ $\bar{X}_1 = 6150$, $\bar{X}_2 = 6070$ และ $S_1 = 180$, $S_2 = 200$; $d_0 = 0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

คำนวณค่า $$Z = \frac{(6150 - 6070) - 0}{\sqrt{\frac{180^2}{60} + \frac{200^2}{100}}} = \frac{80}{\sqrt{940}} = 2.61$$

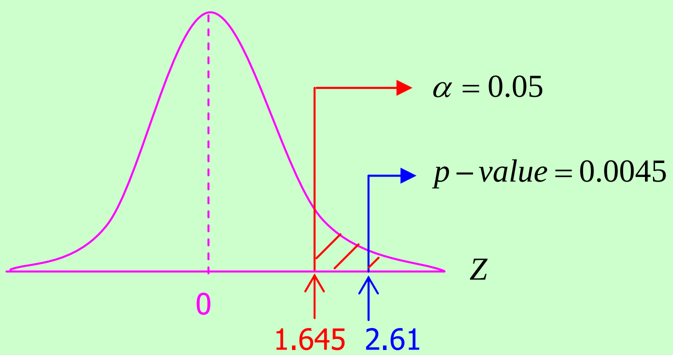


6) เพราะว่า $Z = 2.61 > z_{0.05} = 1.645$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0

จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ บัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจได้เงินเดือนเฉลี่ย สูงกว่าบัณฑิตสาขาอื่น ๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

หรือ ใช้ค่าพี $p - value = P(Z > 2.61) = 0.5 - P(0 < Z < 2.61)$

$= 0.5 - 0.4955 = 0.0045$



เพราะว่า $p-value = 0.0045 < \alpha = 0.05$ จึงปฏิเสธ H_0

ข. ถ้าไม่ทราบความแปรปรวนของทั้ง 2 ประชากร แต่ทราบว่ามีค่าเท่ากัน และสุ่มตัวอย่างมา $n_1 = 9$ และ $n_2 = 11$ ได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนเท่าเดิม อยากทราบว่า เงินเดือนเฉลี่ยของบัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจสูงกว่าบัณฑิตสาขาอื่น ๆ หรือไม่ และจงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างของเงินเดือนเฉลี่ยของบัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจและบัณฑิตสาขาอื่น ๆ

วิธีทำ

ให้ $\mu_1 - \mu_2$ เป็นผลต่างของเงินเดือนเฉลี่ยของบัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจ และบัณฑิตสาขาอื่น ๆ

1) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

2) $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

3) $\alpha = 0.05$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $T \geq t_{\alpha,(\nu)} = t_{0.05,(18)} = 1.734$

5) โดยที่ $n_1 = 9$, $n_2 = 11$; $\bar{X}_1 = 6150$, $\bar{X}_2 = 6070$, $S_1 = 180$, $S_2 = 200$, $d_0 = 0$

เนื่องจาก $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ ประมาณ σ^2 ด้วย S_P^2

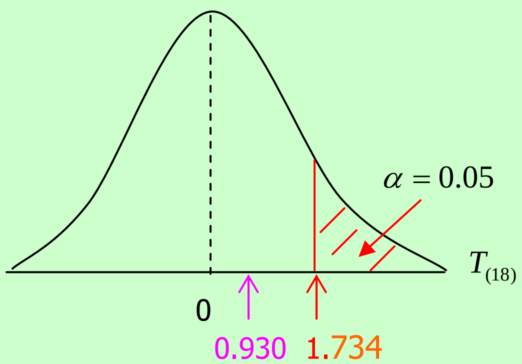
$$S_P^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

$$= \frac{(9-1)180^2 + (11-1)200^2}{9+11-2} = 36622.22$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{S_P^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}$

$$= \frac{(6150-6070)-0}{\sqrt{36622.22\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{11}\right)}} = \frac{80}{86.01} = 0.930$$

มีองศาแห่งความเป็นอิสระ $\nu = n_1 + n_2 - 2 = 9 + 11 - 2 = 18$

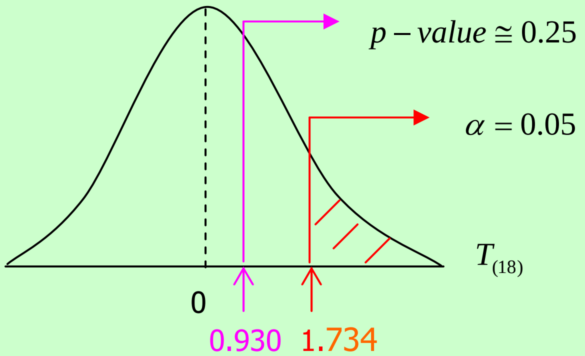


6) เพราะว่า $T = 0.930 < t_{0.05,(18)} = 1.734$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

ดังนั้น จึงยอมรับ H_0 นั่นคือ บัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจได้เงินเดือนเฉลี่ยไม่แตกต่างจากบัณฑิตสาขาอื่น ๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

หรือ ใช้ค่าพี

$$p-value = P(T_{(18)} > 0.930) \cong 0.25$$



เพราะว่า $p-value \cong 0.25 > \alpha = 0.05$ จึงยอมรับ H_0

7) ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $(\mu_1-\mu_2)$ คือ

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-t_{\frac{\alpha}{2},(v)}\sqrt{S_P^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)} < (\mu_1-\mu_2) < (\bar{X}_1-\bar{X}_2)+t_{\frac{\alpha}{2},(v)}\sqrt{S_P^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$$

$$(6150-6070) \pm t_{0.025,(18)}\sqrt{36622.22\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{11}\right)}$$

$$80 \pm (2.101)(86.01) \quad = (-100.71, 260.71)$$

ด้วยความเชื่อมั่น 95% ว่า ผลต่างของเงินเดือนเฉลี่ยของบัณฑิตสาขาบริหารธุรกิจ กับสาขาอื่น ๆ มีค่าอยู่ระหว่าง -100.71 ถึง 260.71 บาท #

ตัวอย่าง บริษัทรับจ้างทำความสะอาดแห่งหนึ่ง สนใจถุงมือยี่ห้อ A และ B ซึ่งมีราคาเท่ากัน และจะเลือกซื้อยี่ห้อที่มีอายุการใช้งานมากกว่า จึงซื้อถุงมือยี่ห้อ A มา 5 คู่ และยี่ห้อ B มา 8 คู่ ปรากฏว่ามีอายุการใช้งานเฉลี่ย 20 และ 18 สัปดาห์ และความแปรปรวน 8.5 และ 10.57 (สัปดาห์)^2 ตามลำดับ บริษัทควรจะซื้อถุงมือยี่ห้อใด

วิธีทำ

ให้ $\mu_1-\mu_2$ เป็นผลต่างของอายุการใช้งานเฉลี่ยของถุงมือยี่ห้อ A และ B

1) $H_0 : \mu_1-\mu_2 = 0$

2) $H_1 : \mu_1-\mu_2 > 0$

3) $\alpha = 0.05$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $T \geq t_{\alpha,(v)} = t_{0.05,(9)} = 1.833$

5) โดยที่ $n_1 = 5$, $n_2 = 8$; $\bar{X}_1 = 20$, $\bar{X}_2 = 18$; $S_1^2 = 8.5$, $S_2^2 = 10.57$; $d_0 = 0$

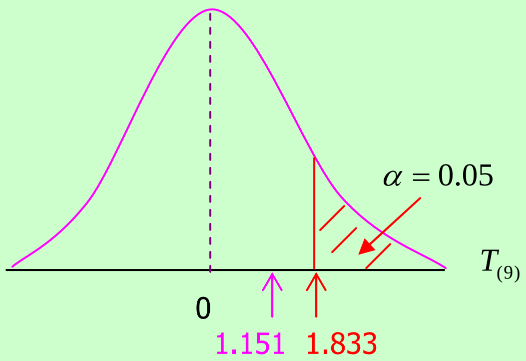
เนื่องจาก $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ จึงประมาณด้วย S_1^2 และ S_2^2

ตัวสถิติทดสอบ คือ $$T = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$$

คำนวณค่า $$T = \frac{(20-18)-0}{\sqrt{\frac{8.5}{5}+\frac{10.57}{8}}} = 1.151$$

องศาแห่งความเป็นอิสระ $$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

$$= \frac{\left(\frac{8.5}{5} + \frac{10.57}{8}\right)^2}{\frac{(8.5/5)^2}{5-1} + \frac{(10.57/8)^2}{8-1}} = 9.392 \cong 9$$



6) เพราะว่า $T = 1.151 < t_{0.05,(9)} = 1.833$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

ดังนั้น ยอมรับ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ นั่นคือ บริษัทจะซื้อถุงมือยี่ห้อใดก็ได้ เพราะมีอายุการใช้งานเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

8.6 การทดสอบสมมติฐานผลต่างของค่าเฉลี่ยของสองประชากร กรณีตัวอย่างมีความสัมพันธ์กัน

เป็นตัวอย่างสุ่มที่เก็บรวบรวมมาในลักษณะเป็นคู่ที่มีความสัมพันธ์กัน ดังนี้

ที่	สิ่งทดลอง 1	สิ่งทดลอง 2	ผลต่าง (D_i)
1	X_{11}	X_{12}	$D_1 = X_{11} - X_{12}$
2	X_{21}	X_{22}	$D_2 = X_{21} - X_{22}$
…	…	…	… …
n	X_{n1}	X_{n2}	$D_n = X_{n1} - X_{n2}$

โดยที่ $(X_{11} - X_{12}), (X_{21} - X_{22}), \ldots, (X_{n1} - X_{n2})$ เป็นอิสระกัน แต่ค่า X_{n1} และ X_{n2} ภายในคู่เดียวกันจะมีความสัมพันธ์กัน

ให้ $D_i = X_{i1} - X_{i2}$; $i = 1,2,\ldots, n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากร ที่มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ย $\mu_D = \mu_1 - \mu_2$ และความแปรปรวน σ_D^2 ซึ่งไม่ทราบค่า

ให้ $D_0 = \mu_D = \mu_1 - \mu_2$ คือ ค่าของผลต่างของค่าเฉลี่ย

ถ้า $D_0 = 0$ หมายความว่า กรรมวิธีทั้งสองไม่มีความแตกต่างกัน

$D_0 > 0$ หมายความว่า กรรมวิธีที่ 1 ให้ผลเฉลี่ยสูงกว่ากรรมวิธีที่ 2

$D_0 < 0$ หมายความว่า กรรมวิธีที่ 1 ให้ผลเฉลี่ยต่ำกว่ากรรมวิธีที่ 2

กำหนดสมมติฐาน $H_0 : \mu_D = D_0$ VS $H_1 : \mu_D > D_0$

$H_0 : \mu_D = D_0$ VS $H_1 : \mu_D < D_0$

$H_0 : \mu_D = D_0$ VS $H_1 : \mu_D \neq D_0$

1) ถ้า $n < 30$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \dfrac{\bar{D} - D_0}{S_D / \sqrt{n}} \sim T_{(\nu)}$; $\nu = n - 1$

โดยที่ $\bar{D} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$ และ $S_D^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(D_i - \bar{D})^2}{n-1} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} D_i^2 - [(\sum_{i=1}^{n} D_i)^2 / n]}{n-1}$

เกณฑ์การตัดสินใจที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

ถ้า $H_1 : \mu_D > D_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $T \geq t_{\alpha,(\nu)}$

$H_1 : \mu_D < D_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $T \leq -t_{\alpha,(\nu)}$

$H_1 : \mu_D \neq D_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $T \leq -t_{\alpha/2,(\nu)}$ หรือ $T \geq t_{\alpha/2,(\nu)}$

2) ถ้า $n \geq 30$ **โดยอาศัยทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลาง**

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\bar{D} - D_0}{S_D / \sqrt{n}}$

โดยที่ $\bar{D} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$ และ $S_D^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(D_i - \bar{D})^2}{n-1} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} D_i^2 - [(\sum_{i=1}^{n} D_i)^2 / n]}{n-1}$

เกณฑ์การตัดสินใจ ที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

ถ้า $H_1 : \mu_D > D_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \geq z_{\alpha}$

$H_1 : \mu_D < D_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \leq -z_{\alpha}$

$H_1 : \mu_D \neq D_0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \leq -z_{\alpha/2}$ หรือ $Z \geq z_{\alpha/2}$

ตัวอย่าง สุ่มทหารเกณฑ์มา 10 คน เข้ารับการฝึกอบรมในป่าแห่งหนึ่ง เพื่อทดสอบว่า ก่อนกับหลังการฝึกอบรมในป่า มีผลต่อน้ำหนักเฉลี่ย (ก.ก.) ของทหารเกณฑ์หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

ทหารคนที่ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
น.น.ก่อนฝึก (X_1)	127	195	162	170	143	205	168	175	197	136
น.น.หลังฝึก (X_2)	135	200	160	182	147	200	172	186	194	141
ผลต่างของ (D_i)	-8	-5	2	-12	-4	5	-4	-1	3	-5

วิธีทำ

ให้ μ_D เป็นผลต่างของน้ำหนักเฉลี่ยของทหารเกณฑ์ก่อนและหลังการฝึกอบรมในป่า

1) $H_0 : \mu_D = 0$

2) $H_1 : \mu_D \neq 0$

3) $\alpha = 0.05$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $T \leq -t_{0.05/2,(10-1)} = -2.262$ หรือ $T \geq t_{0.05/2,(10-1)} = 2.262$

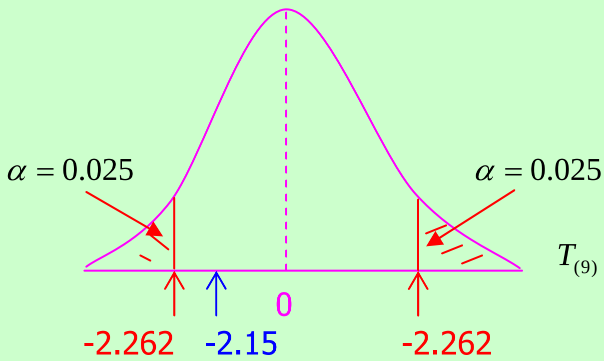
5) หาค่า $\bar{D} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n} = \dfrac{(-8)+(-5)+\ldots+(-5)}{10} = \dfrac{-39}{10} = -3.9$

$$S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i^2 - [(\sum_{i=1}^{n} D_i)^2 / n]}{n-1} = \frac{449 - [(-39)^2/10]}{10-1} = 32.99$$

$$S_D = \sqrt{32.99} = 5.74$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \dfrac{\bar{D} - D_0}{S_D / \sqrt{n}}$

คำนวณค่า $= \dfrac{-3.9 - 0}{5.74/\sqrt{10}} = -2.15$



6) เพราะว่า $T = -2.15 > -t_{0.025,(9)} = -2.262$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

ดังนั้น ยอมรับ $H_0 : \mu_D = 0$ นั่นคือ การฝึกอบรมในป่าไม่มีผลต่อน้ำหนักเฉลี่ยของทหารเกณฑ์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (การทดสอบไม่มีนัยสำคัญ) #

8.7 การทดสอบสมมติฐานสัดส่วนของประชากร

ถ้าประชากรมีการแจกแจงแบบทวินาม มีพารามิเตอร์ n, p เมื่อต้องการทดสอบสมมติฐานว่า สัดส่วนประชากร p มีค่าเท่ากับ p_0 หรือไม่ การทดสอบสมมติฐานอยู่ในลักษณะ

$H_0 : p = p_0$ VS $H_0 : p > p_0$

$H_0 : p = p_0$ VS $H_0 : p < p_0$

$H_0 : p = p_0$ VS $H_0 : p \neq p_0$

สมมติฐานหลัก $H_0 : p = p_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} = \dfrac{X - np_0}{\sqrt{np_0 q_0}} \sim N(0,1)$; โดยที่ $q_0 = 1 - p_0$

เมื่อ $\hat{p} = \dfrac{x}{n}$ เป็นสัดส่วนของตัวอย่างสุ่ม n ที่มีขนาดใหญ่

เกณฑ์การตัดสินใจ ที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

$H_1 : p > p_0$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $Z \geq z_\alpha$

$H_1 : p < p_0$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $Z \le -z_{\alpha}$

$H_1 : p \ne p_0$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $Z \le -z_{\alpha/2}$ หรือ $Z \ge z_{\alpha/2}$

ตัวอย่าง กระบวนการผลิตในโรงงานหนึ่ง จะผลิตสินค้าเสีย 20% ฝ่ายผลิตจึงได้ดำเนินการปรับปรุงกระบวนการผลิตใหม่ แล้วสุ่มตัวอย่างสินค้ามา 100 ชิ้น พบว่าเป็นสินค้าเสีย 16 ชิ้น จะเชื่อได้หรือไม่ว่า การปรับปรุงกระบวนการผลิตจะทำให้สินค้าเสียลดลง ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

วิธีทำ

ให้ p เป็นสัดส่วนประชากรสินค้าเสียจากกระบวนการผลิต

$\hat{p}$ เป็นสัดส่วนตัวอย่างสินค้าเสียจากกระบวนการผลิต

จาก $\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{16}{100} = 0.16$; จากสินค้า $n = 100$ ชิ้น มีสินค้าเสีย $x = 16$ ชิ้น

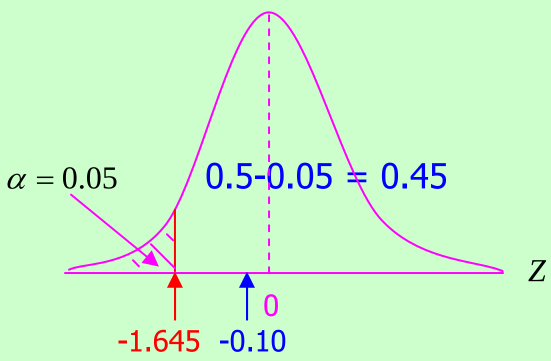
1) $H_0 : p = 0.20$

2) $H_1 : p < 0.20$

3) $\alpha = 0.05$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \le -z_{0.05} = -1.645$

5) ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} = \dfrac{0.16 - 0.20}{\sqrt{\dfrac{(0.20)(0.80)}{100}}} = -0.10$



6) เพราะว่า $Z = -0.10 > -z_{0.05} = -1.645$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

ดังนั้น ยอมรับ $H_0 : p = 0.20$ นั่นคือ การปรับปรุงกระบวนการผลิตใหม่ไม่ได้ทำให้สินค้าเสียลดลง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

8.8 การทดสอบสมมติฐานผลต่างของสัดส่วนของสองประชากร

ให้ p_1 และ p_2 คือ สัดส่วนของประชากรที่ 1 และ 2 ที่เป็นอิสระกัน ตามลำดับ

c_0 คือ ค่าของผลต่างของสัดส่วนของสองประชากร

การทดสอบสมมติฐาน

$H_0 : p_1 - p_2 = c_0$ VS $H_1 : p_1 - p_2 > c_0$

$H_0 : p_1 - p_2 = c_0$ VS $H_1 : p_1 - p_2 < c_0$

$H_0 : p_1 - p_2 = c_0$ VS $H_1 : p_1 - p_2 \ne c_0$

เมื่อ n_1 และ n_2 เป็นอิสระกัน และมีขนาดใหญ่พอ ตัวสถิติทดสอบแบ่งเป็น 2 กรณี

1) กรณีที่ 1 เมื่อ $c_0 \neq 0$

ทดสอบสมมติฐานหลัก $H_0 : p_1 - p_2 = c_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ
$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - c_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

เมื่อ $\hat{p}_1 = \frac{X_1}{n_1}$, $\hat{p}_2 = \frac{X_2}{n_2}$ และ $\hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1$, $\hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2$

2) กรณีที่ 2 เมื่อ $c_0 = 0$

ทดสอบสมมติฐานหลัก $H_0 : p_1 - p_2 = 0$

หรือ $H_0 : p_1 = p_2$

จะประมาณ p_1 และ p_2 ซึ่งมีค่าเท่ากัน ด้วย $\hat{p}$

โดยที่ $\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$ และ $\hat{q} = 1 - \hat{p}$

เมื่อ X_1 และ X_2 คือ จำนวนหน่วยของลักษณะที่สนใจในการทดลองที่เป็นอิสระกัน มีขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 ตามลำดับ

จาก
$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - c_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ
$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 0}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} \sim N(0,1)$$

เมื่อ $\hat{p}_1 = \frac{X_1}{n_1}$, $\hat{p}_2 = \frac{X_2}{n_2}$ และ $\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$

เกณฑ์การตัดสินใจที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

ถ้า $H_1 : p_1 - p_2 > 0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \geq z_\alpha$

$H_1 : p_1 - p_2 < 0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \leq -z_\alpha$

$H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z \leq -z_{\alpha/2}$ หรือ $Z \geq z_{\alpha/2}$

ตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบอาการตาบอดสีในผู้ชายและผู้หญิง โดยสุ่มผู้ชายและผู้หญิงมา 100 และ 80 คน พบว่ามีอาการตาบอดสี 3 และ 1 คน ตามลำดับ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะสรุปได้หรือไม่ว่าสัดส่วนผู้ชายที่ตาบอดสีมากกว่าผู้หญิงอยู่ร้อยละ 1

วิธีทำ

ให้ p_1 และ p_2 เป็นสัดส่วนผู้ชายและผู้หญิงที่ตาบอดสี

1) $H_0 : p_1 - p_2 = 0.01$

2) $H_1 : p_1 - p_2 > 0.01$

3) $\alpha = 0.05$

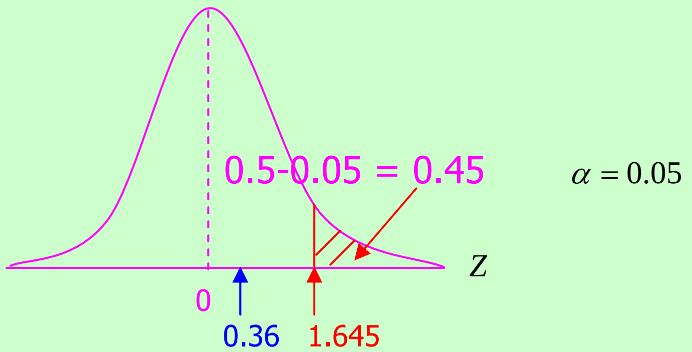
4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \geq z_{0.05} = 1.645$

5) $\hat{p}_1 = \dfrac{3}{100} = 0.03$, $\hat{q}_1 = 1 - 0.03 = 0.97$

$\hat{p}_2 = \dfrac{1}{80} = 0.0125$, $\hat{q}_2 = 1 - 0.0125 = 0.9875$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - c_0}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$

$$= \frac{(0.03 - 0.0125) - 0.01}{\sqrt{\dfrac{(0.03)(0.97)}{100} + \dfrac{(0.0125)(0.9875)}{80}}} = 0.36$$



6) เพราะว่า $Z = 0.36 < z_{0.05} = 1.645$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

ดังนั้น ยอมรับ $H_0 : p_1 - p_2 = 0.01$ นั่นคือ ผลต่างของสัดส่วนของผู้ชายและผู้หญิงที่ตาบอดเท่ากับ 0.01 (ร้อยละ 1) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

p-value = P(Z > 0.36)
= 0.5 – P(0 < Z < 0.36)
= 0.5 – 0.1406 = 0.3594

ตัวอย่าง สุ่มตัวอย่าง 2 ครั้ง ให้เป็นอิสระกัน เพื่อประมาณร้อยละของคนที่ทำงานในเมือง ได้ผลดังข้างล่าง พอจะเชื่อถือได้หรือไม่ว่า ความแตกต่างระหว่างร้อยละของคนที่ทำงานในเมืองไม่มีนัยสำคัญที่ 0.05

สุ่มตัวอย่างครั้งที่	ขนาดตัวอย่าง	ร้อยละของคนทำงานในเมือง
1	2,350	39.66
2	1,675	38.60

วิธีทำ

ให้ p_1, p_2 เป็นสัดส่วนของคนที่ทำงานในเมือง

$\hat{p}_1$, $\hat{p}_2$ เป็นสัดส่วนของคนที่ทำงานในเมืองในการสุ่มตัวอย่างครั้งที่ 1 และ 2

1) $H_0 : p_1 - p_2 = 0$

2) $H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$

3) $\alpha = 0.05$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \le -z_{0.025} = -1.96$ หรือ $Z \ge z_{0.025} = 1.96$

5) $\hat{p}_1 = \frac{X_1}{n_1} = 0.3966$, $\hat{p}_2 = \frac{X_2}{n_2} = 0.3860$, $n_1 = 2350$, $n_2 = 1675$

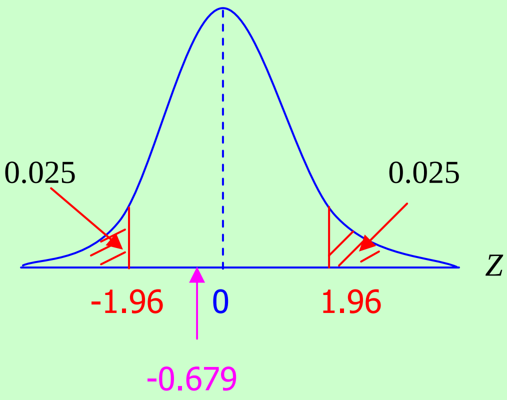
$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$

$$= \frac{(2350)(0.3966) + (1675)(0.386)}{2350 + 1675} = 0.39$$

$$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0.39 = 0.61$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 0}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$

คำนวณค่า $= \frac{(0.3699 - 0.3860) - 0}{\sqrt{(0.39)(0.61)(\frac{1}{2350} + \frac{1}{1675})}} = -0.679$



6) เพราะว่า $Z = -0.679 > -z_{0.025} = -1.96$ (หรือ $|Z| = 0.679 < z_{0.025} = 1.96$) ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

ดังนั้น ยอมรับ $H_0 : p_1 - p_2 = 0$ นั่นคือ ความแตกต่างระหว่างร้อยละของคนที่ทำงานในเมืองไม่มีนัยสำคัญ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

p-value = P(Z > 0.679) + P(Z < -0.679)
= 2[0.5 – P(0 < Z < 0.68)]
= 2[0.5 – 0.2517] = 0.2483

8.9 การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของหนึ่งประชากร

ให้ $(X_1, X_2, ..., X_n)$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ สนใจว่า $\sigma^2 = \sigma_0^2$ หรือไม่ โดยทราบว่าตัวสถิติ $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$

สมมติฐานที่จะทดสอบ เป็นดังนี้

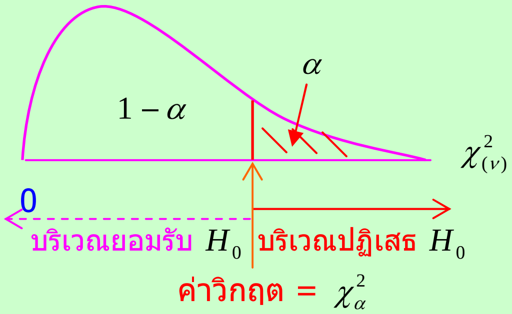
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ VS $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ VS $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$

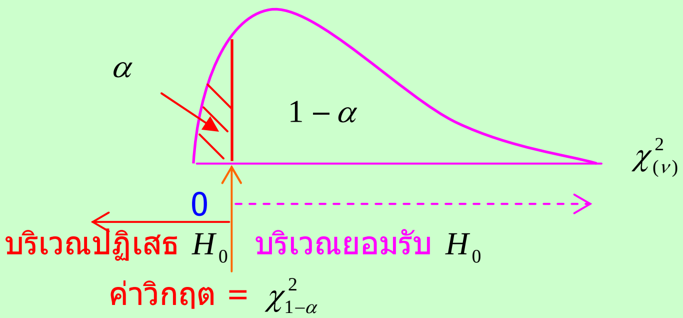
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ VS $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{(\nu)}$; $\nu = n-1$

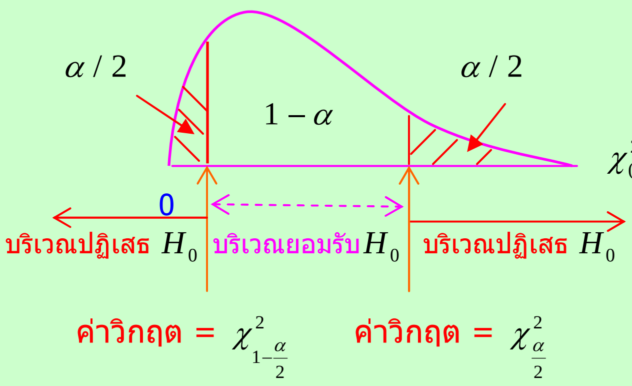
ถ้า $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ VS $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,(n-1)}$



ถ้า $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ VS $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha,(n-1)}$



ถ้า $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ และ $\mathrm{H}_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\chi^2 \leq \chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}$ หรือ $\chi^2 \geq \chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}$



สรุปเกณฑ์การตัดสินใจที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ และ $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,(n-1)}$

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ และ $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha,(n-1)}$

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ และ $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)}$ หรือ $\chi^2 \geq \chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}$

ตัวอย่าง โรงงานแห่งหนึ่ง ต้องการสั่งซื้อชิ้นส่วนจำนวนหนึ่ง ที่มีความแปรปรวนของความยาวไม่เกิน 0.0001 (ม.ม.)^2 ผู้จัดการต้องการทดสอบว่า ชิ้นส่วนที่สั่งมามีคุณภาพตามต้องการหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างชิ้นส่วนมา 25 ชิ้น แล้วหาค่าความแปรปรวน 0.0002 (ม.ม.)^2 อยากทราบว่าที่ $\alpha = 0.05$ ผู้จัดการจะยอมรับชิ้นส่วนจำนวนนั้นหรือไม่

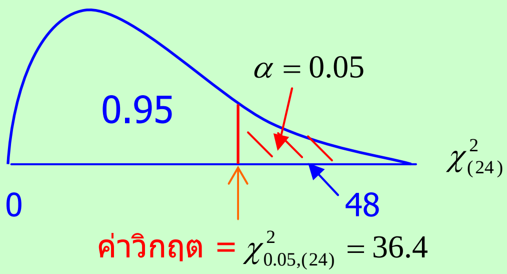
วิธีทำ ให้ σ^2 เป็นความแปรปรวนของความยาวของชิ้นส่วน

1) $H_0 : \sigma^2 = 0.0001$

2) $H_1 : \sigma^2 > 0.0001$

3) $\alpha = 0.05$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,(n-1)} = \chi^2_{0.05,(25-1)} = 36.4$



5) จากโจทย์ $n = 25;\quad S^2 = 0.0002$ (ม.ม.)^2

ตัวสถิติทดสอบ คือ $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$

$$\chi^2 = \frac{(25-1)(0.0002)}{0.0001} = 48$$

6) เพราะว่า $\chi^2 = 48 > \chi^2_{0.05,(24)} = 36.4$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0

นั่นคือ ผู้จัดการไม่ควรรับชิ้นส่วนจำนวนนั้น ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

8.10 การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของสองประชากร

ประชากร 2 กลุ่ม มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ย μ_1, μ_2 และความแปรปรวน σ_1^2, σ_2^2 ต้องการทดสอบสมมติฐานว่า ประชากรทั้ง 2 กลุ่ม มีความแปรปรวนเท่ากันหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างมาจากแต่ละประชากร ให้ S_1^2, S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างจากประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ แล้วเปรียบเทียบความแปรปรวนของตัวอย่างในรูปของอัตราส่วน

การทดสอบสมมติฐาน ตั้งสมมติฐานได้ดังนี้

$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad \text{VS} \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$$

$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad \text{VS} \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$$

$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad \text{VS} \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$

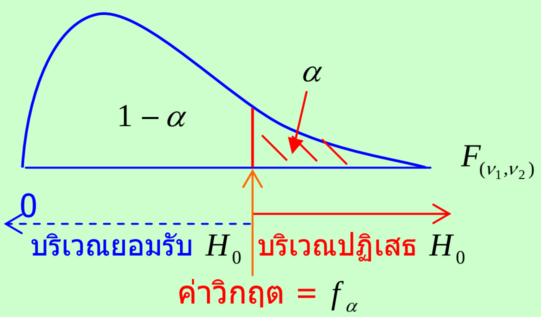
จาก $F = \dfrac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$; เมื่อ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

และ $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ หรือ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

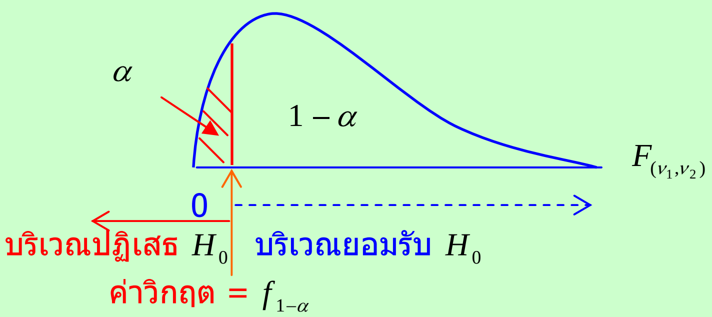
ตัวสถิติทดสอบ คือ $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{(\nu_1,\nu_2)}$

มีองศาความเป็นอิสระ $\nu_1 = n_1 - 1$ และ $\nu_2 = n_2 - 1$

ถ้าสมมติฐาน $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ VS $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $F \geq f_{\alpha,(n_1-1,n_2-1)}$

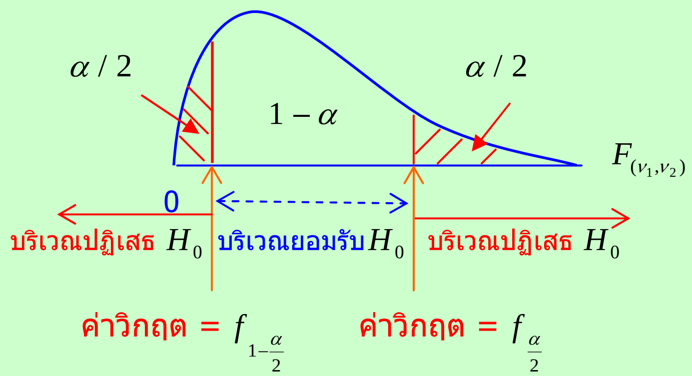


ถ้าสมมติฐาน $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ และ $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $F \leq f_{1-\alpha,(n_1-1,n_2-1)}$



ถ้าสมมติฐาน $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ VS $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$

ปฏิเสธ H_0 ถ้า $F \leq f_{1-\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}$ หรือ $F \geq f_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}$



สรุปเกณฑ์การตัดสินใจที่ระดับนัยสำคัญ α เป็นดังนี้

$H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ และ $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $F \geq f_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}$

$H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ และ $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $F \leq f_{1-\alpha,(n_1-1,n_2-1)}$

$H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ และ $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $F \leq f_{1-\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}$ หรือ $F \geq f_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}$

ตัวอย่าง ต้องการทดสอบความแปรปรวนของผลผลิตของพันธุ์ข้าว ก และ ข จึงทดลองปลูกพันธุ์ข้าว ก 6 แปลง ได้ค่า $S_1^2 = 27$ และพันธุ์ข้าว ข 12 แปลง ได้ค่า $S_2^2 = 15$ มีเหตุผลเพียงพอที่จะสรุปว่า ความแปรปรวนของผลผลิตข้าว 2 พันธุ์เท่ากันหรือไม่ ที่ $\alpha = 0.05$

วิธีทำ

ให้ σ_1^2 เป็นความแปรปรวนของผลผลิตของพันธุ์ข้าว ก

σ_2^2 เป็นความแปรปรวนของผลผลิตของพันธุ์ข้าว ข

1) $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ หรือ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

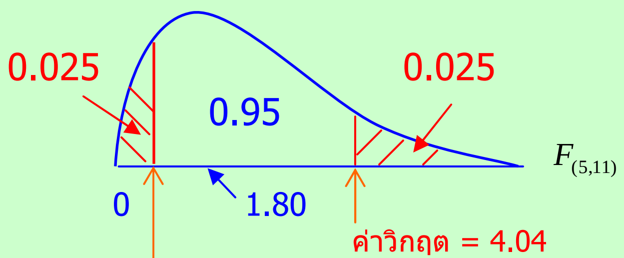
2) $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$ หรือ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

3) $\alpha = 0.05$ 0.05/2 = 0.025

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $F \leq f_{0.975,(6-1,12-1)} = \dfrac{1}{f_{0.025,(12-1,6-1)}} = \dfrac{1}{6.6} = 0.15$

(6.62+6.52)/2 = 6.6

หรือ $F \geq f_{0.025,(6-1,12-1)} = 4.04$



ค่าวิกฤต $= f_{1-\frac{\alpha}{2}} = f_{1-\frac{0.05}{2}} = f_{1-0.025} = f_{0.975}$ = 0.15

4. ตัวสถิติทดสอบ คือ $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} = \dfrac{27}{15} = 1.80$

5. เพราะว่า $F = 1.80 < f_{0.025,(5,11)} = 4.04$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

ดังนั้น มีเหตุผลเพียงพอที่จะกล่าวว่า ข้าว 2 พันธุ์นี้ มีความแปรปรวนของผลผลิตเท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

ตัวอย่าง การศึกษาประสิทธิภาพการวิเคราะห์หาปริมาณแมงกานิสในสารประกอบ ผู้ศึกษาสุ่มสารประกอบในปริมาณที่เท่ากัน 10 และ 9 ครั้ง ตามลำดับ นำไปวิเคราะห์หาร้อยละปริมาณแมงกานิสโดยวิธีที่ 1 และ 2 ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

วิธีที่ 1: 3.3 3.7 3.5 4.1 3.4 3.5 4.0 3.8 3.2 3.7

วิธีที่ 2: 3.2 3.6 3.1 3.4 3.0 3.4 2.8 3.1 3.3

ที่ $\alpha = 0.01$ ผู้ศึกษาจะสรุปได้หรือไม่ว่า ความแปรปรวนของปริมาณแมงกานิสจากการวิเคราะห์วิธีที่ 1 มีค่าน้อยกว่าวิธีที่ 2

วิธีทำ

ให้ σ_1^2 เป็นความแปรปรวนของปริมาณแมงกานิสจากการวิเคราะห์วิธีที่ 1

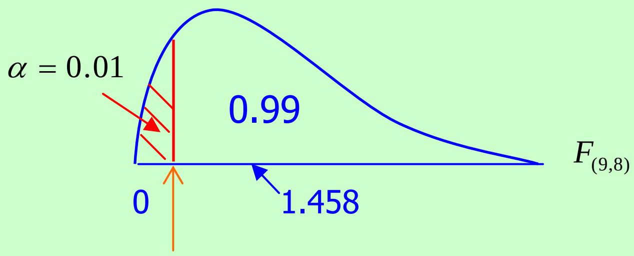
σ_2^2 เป็นความแปรปรวนของปริมาณแมงกานิสจากการวิเคราะห์วิธีที่ 2

1) $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$

2) $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$

3) $\alpha = 0.01$

4) บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $F \le f_{0.99,(10-1,9-1)} = \dfrac{1}{f_{0.01,(9-1,10-1)}} = \dfrac{1}{5.47} = 0.183$



ค่าวิกฤต = $F_{0.99,(9,8)} = 0.183$

5) ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนตัวอย่างของปริมาณแมงกานิสจากการวิเคราะห์ด้วยวิธีที่ 1 และ วิธีที่ 2 ตามลำดับ หาค่าได้ดังนี้

วิธีที่ 1: 3.3 3.7 3.5 4.1 3.4 3.5 4.0 3.8 3.2 3.7

วิธีที่ 2: 3.2 3.6 3.1 3.4 3.0 3.4 2.8 3.1 3.3

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}{n}}{n-1} = \frac{131.82 - \frac{(36.2)^2}{10}}{10-1} = 0.086$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}{n}}{n-1} = \frac{93.27 - \frac{(28.9)^2}{9}}{9-1} = 0.059$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} = \dfrac{0.086}{0.059} = 1.458$

6) เพราะว่า $F = 1.458 > f_{0.99,(9,8)} = 0.183$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

ดังนั้น ความแปรปรวนของปริมาณแมงกานิสที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีที่ 1 กับวิธีที่ 2 ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

8.11 การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของหลายประชากร (หัวข้อนี้จะไม่กล่าวถึง)

****

แบบฝึกหัดที่ 8

การทดสอบสมมติฐาน

1. โรงงานผลิตยางรถยนต์แห่งหนึ่งอ้างว่า อายุการใช้งานเฉลี่ยของยางรถยนต์ที่ผลิตจากโรงงานของเขาเป็น 35,000 กิโลเมตร สุ่มยางรถยนต์มา 16 เส้น พบว่ามีอายุการใช้งานเฉลี่ย 34,000 กิโลเมตร และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2,000 กิโลเมตร จงทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu = 35{,}000$ และ $H_1 : \mu < 35000$ ที่ $\alpha = 0.01$ พร้อมทั้งบอกข้อสมมติเกี่ยวกับประชากรด้วย

2. โรงงานผลิตท่อนเหล็กแห่งหนึ่ง จะยอมรับว่ากระบวนการผลิตท่อนเหล็กของเขามีประสิทธิภาพดี ถ้าท่อนเหล็กที่ผลิตได้มีความยาวเฉลี่ยเท่ากับ 8.6 นิ้ว สุ่มท่อนเหล็กที่ผลิตมา 36 ท่อน วัดความยาวเฉลี่ยได้ 8.7 นิ้ว จากข้อมูลที่ได้เราจะยอมรับกระบวนการผลิตท่อนเหล็กของโรงงานแห่งนี้ว่า มีประสิทธิภาพดีหรือไม่ ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความยาวของท่อนเหล็กเท่ากับ 0.30 นิ้ว ให้ทดสอบ ที่ $\alpha = 0.05$

3. สุ่มครัวเรือนในอำเภอ A มา 200 ครัวเรือน พบว่าใช้จ่ายค่าอาหารเฉลี่ยต่อเดือนเท่ากับ 3,900 บาท และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 130 บาท ในขณะที่สุ่มครัวเรือนในอำเภอ B มา 150 ครัวเรือน พบว่า ใช้จ่ายค่าอาหารเฉลี่ยต่อเดือนเท่ากับ 4,000 บาท และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 150 บาท จงทดสอบว่าไม่มีความแตกต่างในค่าใช้จ่ายอาหารเฉลี่ยต่อเดือนระหว่างอำเภอ A และ B ที่ $\alpha = 0.01$ และสร้างช่วงความเชื่อมั่น 99% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร

4. บริษัทผลิตรถยนต์ อยู่ในระหว่างการตัดสินใจเลือกซื้อยางรถยนต์ที่ผลิตจากโรงงาน 2 แห่ง ดังนั้นเพื่อช่วยในการตัดสินใจครั้งนี้ จึงสุ่มยางรถยนต์ที่ผลิตจากโรงงานทั้งสองแห่งมาโรงงานละ 200 และ 100 เส้น ตามลำดับ ใช้จนกระทั่งยางสึกใช้ต่อไปไม่ได้ ปรากฏว่าระยะทางที่ยางรถยนต์ที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 และ 2 แล่นได้ มีค่าเฉลี่ย 26,400 และ 25,100 ไมล์ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1,200 และ 1,400 ไมล์ ตามลำดับ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 บริษัทผลิตรถยนต์แห่งนี้จะสรุปได้หรือไม่ว่ายางรถที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 แล่นได้ระยะทางไกลกว่าผลิตจากโรงงานที่ 2 มากกว่า 1,000 ไมล์

5. ปริมาณการขายก่อนและหลังการอบรมเกี่ยวกับเทคนิคการขายของพนักงานขาย 12 คนที่สุ่มมา เป็นดังนี้

พนักงานคนที่	ปริมาณการขาย (หน่วย : พันบาท/เดือน)	
	ก่อนการอบรม	หลังการอบรม
1	135	136
2	142	141
3	130	140
4	143	148
5	135	138
6	159	155
7	126	135
8	139	138
9	144	148
10	152	160
11	130	132
12	144	150

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จะสรุปได้หรือไม่ว่า ปริมาณการขายหลังการอบรมสูงกว่าก่อนการอบรม

6. เครื่องขายน้ำอัดลมอัตโนมัติโดยวิธีหยอดเหรียญ ถูกออกแบบให้รินน้ำอัดลมในปริมาณเฉลี่ย 16 ออนซ์ต่อถ้วย ในการตรวจสอบการทำงานของเครื่องขายน้ำอัดลมเครื่องหนึ่ง โดยการสุ่มหยอดเหรียญ 9 ครั้ง วัดปริมาณน้ำอัดลม (ออนซ์) ได้ดังนี้ 15.6, 15.8, 16.2, 16.3, 15.9, 15.5, 15.9, 16.0, 15.8
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบว่าเครื่องขายน้ำอัดลมเครื่องนี้ทำงานเป็นปกติหรือไม่

7. สุ่มบุคคลในวัยทำงาน มาจำนวน 1,553 คน พบว่า ร้อยละ 47 ไม่ได้อ่านหนังสือพิมพ์รายวันไทยทัศน์เป็นประจำ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะสรุปได้หรือไม่ว่า “บุคคลในวัยทำงานส่วนมากอ่านหนังสือพิมพ์รายวันไทยทัศน์เป็นประจำ”

8. ในการศึกษาประสิทธิภาพของประเภทรายการทางโทรทัศน์ 2 รายการ ที่มีผลต่อการจดจำชื่อตราสินค้าชนิดหนึ่ง ที่โฆษณาของผู้ชมหลังจากชมรายการดังกล่าวไปแล้ว 2 ชั่วโมง จากการสุ่มผู้ชมรายการประเภทกีฬา และเกมโชว์มารายการละ 200 คน พบว่า มีผู้ชมรายการประเภทกีฬา และเกมโชว์จำนวน 84 และ 96 คน ที่จำชื่อตราสินค้าดังกล่าวได้หลังจากชมรายการไปแล้ว 2 ชั่วโมง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะสรุปได้หรือไม่ว่า ผู้ชมรายการประเภทกีฬาและเกมโชว์ ที่จำชื่อตราสินค้าชนิดนี้ได้หลังจากชมรายการไปแล้ว 2 ชั่วโมง มีสัดส่วนไม่แตกต่างกัน

9. บริษัทผลิตเทอร์โมมิเตอร์แห่งหนึ่ง รับประกันว่าอุณหภูมิที่วัดโดยเทอร์โมมิเตอร์ที่ผลิตได้ มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่มากกว่า 0.5 องศาเซลเซียส เพื่อตรวจสอบการรับประกันดังกล่าว จึงสุ่มเทอร์โมมิเตอร์จำนวน 16 อัน วัดอุณหภูมิ ณ สถานที่แห่งเดียวกัน พบว่าอุณหภูมิที่วัดได้มีการแจกแจงแบบปกติ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.7 องศาเซลเซียส อยากทราบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 การรับประกันของบริษัทข้างต้นเชื่อถือได้หรือไม่

10. จากประสบการณ์ของอาจารย์ท่านหนึ่ง ได้ระบุว่าเวลาที่นักศึกษาใช้ในการทดสอบย่อยวิชาสถิติเบื้องต้น มีการแจกแจงแบบปกติ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานน้อยกว่า 6 นาที จึงสุ่มนักศึกษามา 20 คน หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 4.51 อยากทราบว่าสิ่งที่อาจารย์ท่านนี้กล่าวอ้างเป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

11. ข้อมูลต่อไปนี้ เป็นอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ 2 ตรา ที่สุ่มมาตราละ 5 ลูก (หน่วย : สัปดาห์) โดยอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ทั้งสองตรา มีการแจกแจงแบบปกติ

ตราที่ 1	100	96	92	96	92
ตราที่ 2	76	80	75	84	82

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบว่าทั้ง 2 ตรา มีความแปรปรวนเท่ากันหรือไม่

12. ในการตรวจวัดปริมาณซัลเฟอร์มอนอกไซด์ในบรรยากาศ เพื่อเปรียบเทียบมลภาวะของอากาศจากเครื่องมือ 2 ชนิด คือ A และ B ได้ข้อมูลดังนี้

เครื่องมือ	ปริมาณซัลเฟอร์มอนอกไซด์								
A	0.96	0.82	0.75	0.61	0.89	0.64	0.81	0.68	0.65
B	0.87	0.74	0.63	0.55	0.76	0.70	0.69	0.57	0.53

อยากทราบว่า ปริมาณซัลเฟอร์มอนอกไซด์ที่วัดจากเครื่องมือชนิด A มีความแปรปรวนน้อยกว่าเครื่องมือชนิด B ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 โดยที่ปริมาณซัลเฟอร์มอนอกไซด์ในบรรยากาศที่ตรวจวัดจากเครื่องมือทั้งสองชนิดมีการแจกแจงแบบปกติ

************* ************